MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

DIRECTION GENERALE DE L'ENSEIGNEMENT
SUPERIEUR ET DE L'EMPLOYABILITE **(DGESE)**

Institut National Polytechnique
Félix Houphouët – Boigny
SERVICE DES CONCOURS

REPUBLIQUE DE CÔTE D'IVOIRE
Union - Discipline - Travail

Concours GIC session 2016

Composition : Physique 2 (électricité, optique)

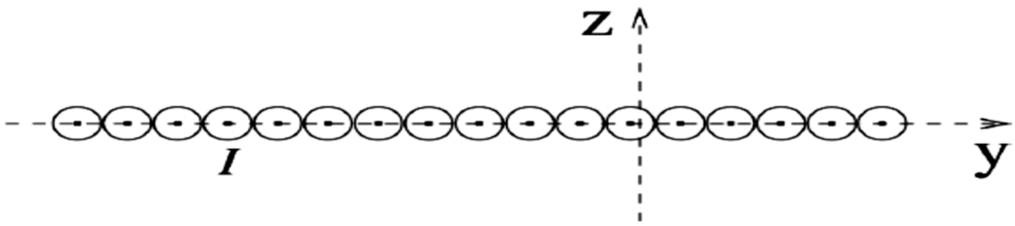
Durée : 4 Heures

L'épreuve consiste en un exercice et deux problèmes qui sont indépendants. Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il est invité à le signaler sur sa copie et à poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il aura été amené à prendre .On attachera un grand soin à la présentation des copies.

Exercice

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. Soit un ensemble infini de fils rectilignes, infinis, de section négligeable, déposés parallèlement à l'axe (Ox) sur un plan (O, x, y). La répartition des fils le long de l'axe (Oy) est uniforme : soit n le nombre de fils par unité de longueur le long de l'axe (Oy). Chaque fil est parcouru par un courant I constant dans le sens des x croissants.



a) Par des arguments de symétrie, déterminer la direction de $\vec{B}$ en tout point de l'espace. Trouver la relation entre $\vec{B}(x,y,z)$ et $\vec{B}(x,y,-z)$.

b) Calculer le champ magnétique en tout point de l'espace.

2. Une couche cylindrique infinie de rayon intérieur R_1, de rayon extérieur R_2, et d'axe Oz est parcourue par un courant de densité volumique (exprimée en coordonnées cylindriques) $\vec{j} = ar^{-3/2}\vec{u}_z$ où a une constante et r est la distance à l'axe (Oz). Déterminer le champ magnétique $\vec{B}$ en tout point de l'espace.

Problème 1 : Dipôles électrostatiques

Ce problème aborde quelques aspects des dipôles électriques. Dans une première partie on étudiera le champ électrostatique et le potentiel créés par un dipôle rigide. La deuxième partie abordera le mouvement d'une particule chargée plongée dans le champ d'un dipôle.

On rappelle les formules suivantes :

$$\overrightarrow{grad}(fg) = g\,\overrightarrow{grad}\,f + f\,\overrightarrow{grad}\,g$$

$$\overrightarrow{grad}\left(\vec{a}.\vec{b}\right) = \vec{a}\wedge\overrightarrow{rot}\,\vec{b} + \left(\vec{a}.\overrightarrow{grad}\right)\vec{b} + \vec{b}\wedge\overrightarrow{rot}\,\vec{a} + \left(\vec{b}.\overrightarrow{grad}\right)\vec{a}$$

$$\overrightarrow{rot}\left(U\vec{b}\right) = \overrightarrow{grad}\,U\wedge\vec{a} + U\left(\overrightarrow{rot}\,\vec{a}\right)$$

$$\overrightarrow{rot}\left(\overrightarrow{rot}\,\vec{a}\right) = \overrightarrow{grad}\left(div\,\vec{a}\right) - \Delta\vec{a}$$

On donne en coordonnées sphériques :

$$\overrightarrow{grad}\ V = \frac{\partial V}{\partial r}\vec{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\vec{u}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \varphi}\vec{u}_\varphi$$

$$div\,\vec{a} = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 a_r\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta . a_\theta\right) + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial a_\varphi}{\partial \varphi}$$

$$\overrightarrow{rot}\,\vec{a} = \frac{1}{r\sin\theta}\left(\frac{\partial\left(a_\varphi \sin\theta\right)}{\partial\theta} - \frac{\partial a_\theta}{\partial\varphi}\right)\vec{u}_r + \frac{1}{r}\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial a_r}{\partial\varphi} - \frac{\partial\left(a_\varphi r\right)}{\partial r}\right)\vec{u}_\theta + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial\left(a_\theta r\right)}{\partial r} - \frac{\partial a_r}{\partial\theta}\right)\vec{u}_\varphi$$

La vitesse de la lumière dans le vide est $c = 3.10^8\, m/s$.

A - Dipôle électrostatique dans le vide

Pour toutes les applications, on suppose l'espace rapporté à un repère orthonormé galiléen $Oxyz$ dont les vecteurs unitaires des axes Ox, Oy et Oz sont notés respectivement $\vec{u}_x$, $\vec{u}_y$ et $\vec{u}_z$. A un point M quelconque, on associe des coordonnées cartésiennes x, y et z ainsi que le vecteur $\vec{r} = \overrightarrow{OM} = r\,\vec{u}_r$, r étant la norme de $\vec{r}$.

On considère un ensemble de deux charges ponctuelles fixes : $-q$ en $N\left(0,0,-\frac{a}{2}\right)$ et $+q$ en $P\left(0,0,\frac{a}{2}\right)$, a et q étant des quantités positives.

A.1. Donnez l'expression du moment dipolaire électrique $\vec{p}$ de cette distribution de deux charges, en fonction de q, de a et de $\vec{u}_z$.

A.2. Calculer le potentiel électrostatique créé par ce dipôle en un point M, situé à très grande distance du dipôle $(r >> a)$. (On utilisera les coordonnées sphériques r, θ, φ avec $\theta = (\vec{u}_z, \vec{u}_r)$.

A.3. En déduire les composantes (en coordonnées sphériques) du champ électrostatique créé par ce dipôle. Trouver une relation exprimant le vecteur champ électrostatique $\vec{E}$ en fonction de $\vec{r}$ et $\vec{p}$.

A.4. Déterminer l'équation des lignes de champ sous la forme d'une relation entre r et l'angle θ.

A.5. Le dipôle (toujours rigide) est maintenant plongé dans un champ électrostatique extérieur. Quelles sont les actions subies par ce dipôle? (On pourra donner les expressions sans démonstrations).

A.6. Application : Une molécule polarisable plongée dans un champ électrique $\vec{E}_{ext}$ acquiert un moment dipolaire induit $\vec{p} = \alpha\,\varepsilon_0\,\vec{E}_{ext}$. On considère un dipôle $\vec{p}_1 = p_1\vec{u}_z$ placé en O et une molécule polarisable placée en M avec $\overrightarrow{OM} = z_M\,\vec{u}_z$. Exprimer en fonction de z_M la force exercée par le dipôle sur la molécule, préciser si cette force est attractive ou répulsive.

B- Mouvement d'une particule chargée plongée dans le champ électrostatique d'un dipôle

On étudie dans le plan $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y)$ le mouvement d'une particule de masse m, de charge Q dans le champ d'un dipôle électrostatique de moment $\vec{p} = p\vec{u}_x$ placé en O, p étant positif. Cette particule se trouve à l'instant de date t au point M repéré par les coordonnées polaires r, θ. Les conditions initiales sont les suivantes :
$r(0) = r_0$, $\theta(0) = 0$, $\dot{r}(0) = 0$, $r(0)\dot{\theta}(0) = v_0 > 0$ ($\dot{r}$ et $\dot{\theta}$ représentant les dérivées premières de r et de θ par rapport à t).

B.1. Écrire, à partir de la relation fondamentale de la dynamique, deux équations vérifiées par r, θ et leurs dérivées par rapport au temps. On posera $k = \dfrac{pQ}{4\pi\varepsilon_0 m}$.

B.2. Écrire alors une troisième équation, vérifiée par r, θ et leurs dérivées par rapport au temps, traduisant la conservation de l'énergie mécanique que l'on notera E.

B.3. Déduire des trois équations précédentes une équation ne contenant que r et ses dérivées par rapport aux temps. Intégrer cette équation et donner l'expression de r en fonction de t, m, r_0 et E. Discuter suivant le signe de E.

B.4. On considère alors le cas particulier pour lequel la trajectoire de la particule est circulaire. Quelle est dans ce cas la valeur de E? Décrire le mouvement de la particule et calculer sa période T en fonction de v_0, r_0 et de l'intégrale définie par : $I = \displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{\cos\theta}}$.

<u>Problème 2 :</u> Interférences lumineuses par division du front d'onde

I-Application directe du cours

On considère deux vibrations lumineuses: $\underline{s}_1 = a_1(M)e^{\varphi_1(M,t)-\omega t}$ et $\underline{s}_2 = a_2(M)e^{\varphi_2(M,t)-\omega t}$

1) Calculer l'intensité lumineuse $I(M)$ résultant de la superposition des deux ondes. Quelle condition faut-il avoir sur $I(M)$ afin d'avoir des interférences.

2) Deux rayons lumineux issus des sources ponctuelles S_1 et S_2 se recoupent en M après avoir suivi des trajets différents.

2-a) Calculer le déphasage $\varphi_2(M,t)-\varphi_1(M,t)$

2-b) Préciser les possibilités d'observer le phénomène d'interférence avec des sources classiques.

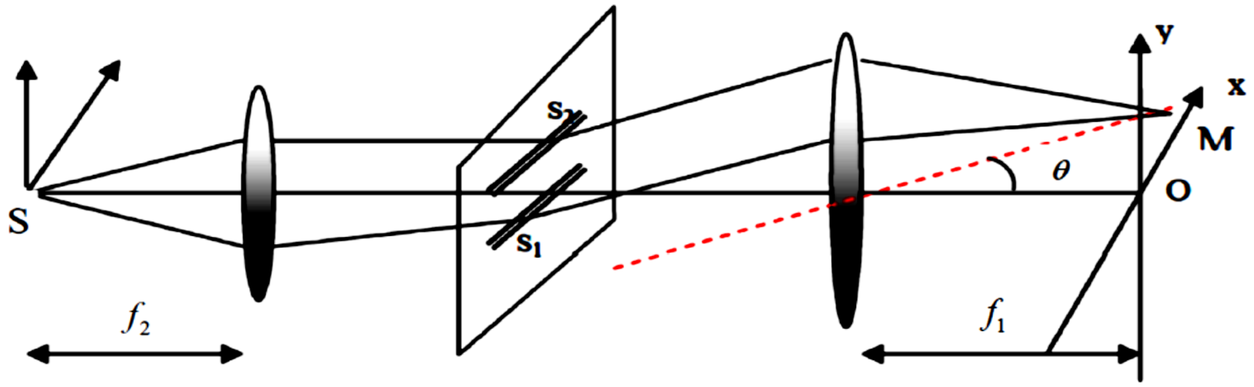
2-c) Déduire la nécessité d'un dispositif interférentiel pour observer des interférences en optique.

2-d) A-t-on le même problème dans le cas des ondes sonores ? Justifier.

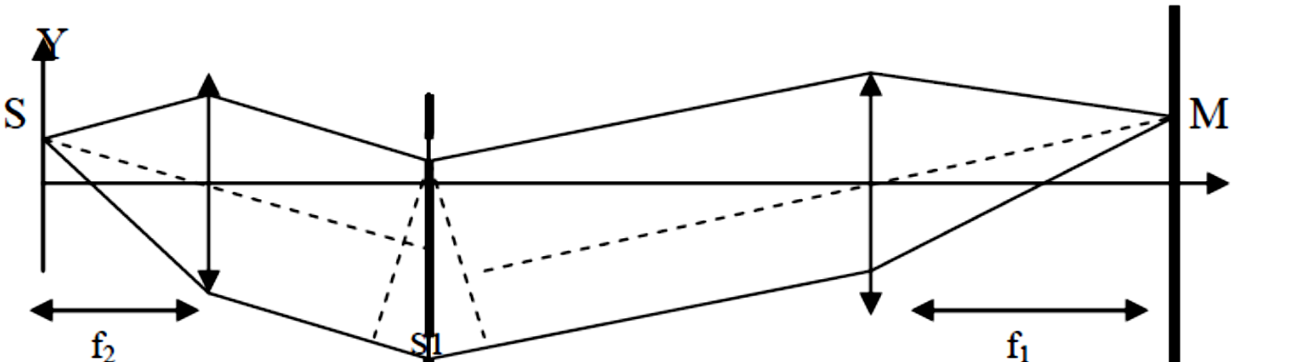
3) Pour chacun des dispositifs suivants, montrer que le système permet la superposition de deux ondes et montrer sur une figure la zone d'interférence. Indiquer la forme de franges observées (On prendra une source ponctuelle à distance finie) : Fente d'Young ; miroir de Fresnel ; bilentille de billet ; miroir de Lloyd ; Interféromètre de Michelson.

II-Fentes d'Young

On considère le système des fentes d'Young écartées de a éclairées par une source ponctuelle S monochromatique (longueur d'onde λ) et placée dans le plan focal objet d'une lentille de focale f_1. On observe la figure d'interférence dans le plan focal image d'une lentille convergente de focale f_2.



1-a) De quel type de dispositif interférentiel font partie les fentes d'Young ?
1-b) Quel est le phénomène physique qui rend possible le changement de direction des rayons lumineux après le passage par des fentes fines et qui permet ainsi aux deux rayons de se superposer ?
On suppose que la source primaire est située à l'origine du repère ; ses coordonnées sont donc $S(0,0)$.
1-c) Quelle est alors la différence de marche entre les deux rayons interférant en M ?
1-d) Définir l'ordre d'interférence $p(M)$ au point M. Donner son expression.
1-e) Caractériser les courbes d'égale déphasage.
1-f) Que vaut l'intensité lumineuse observée au point M ?
1-g) Caractériser la figure d'interférences obtenue. Représenter sommairement cette figure d'interférence. Où est située la frange centrale ?
1-h) Définir et calculer l'interfrange.
1-i) Quelle est l'influence de a sur l'interfrange ? et celle de la longueur d'onde du rayonnement utilisé ?
1-j) Quelle est l'influence de la distance focale f_1 de la lentille de projection ? Expérimentalement a-t-on intérêt à prendre une lentille de courte ou de grande distance focale ? Justifier votre réponse.
2) ***Cohérence spatiale.***
2-a) On décale la source ponctuelle S : ses coordonnées deviennent $S(X_S, Y_S)$. Comment s'écrit la différence de marche entre les deux rayons interférant en M ? Interpréter physiquement la dissymétrie de la différence de marche entre les coordonnées X_S et Y_S de la source. Que vaut alors l'ordre $p(M)$ en M ?
2-b) Que devient l'intensité lumineuse au point M ?
2-c) Comment est modifiée la figure d'interférence? Où est située la frange centrale? Comment peut-on interpréter simplement cette position ?
2-d) Dans le but d'augmenter l'intensité sur l'écran on augmente la taille de la source en utilisant un segment lumineux de longueur L. Montrer qu'en utilisant ce segment lumineux on ne modifie en rien la figure d'interférence s'il est orienté dans une certaine direction que vous précisez. Pourquoi ce cas n'est pas réaliste ?
2-e) On modélise la source par une fente rectangulaire de longueur L et de largeur ℓ (figure ci-dessous)



L'éclairement produit par cette source est uniforme, constant et incohérent. Qu'est-ce qu'un éclairage incohérent ? Ecrire alors l'intensité lumineuse visible sur l'écran d'observation sous forme intégrale. Calculer cette intégrale et donner l'intensité lumineuse dans le plan focal de la lentille de projection
2-f) Représenter l'intensité lumineuse pour différentes largeurs de la fente source. Définir le facteur de visibilité. Quelle est son expression. Exprimer le facteur de visibilité en fonction de la largeur de la source.
2-g) Donner la condition nécessaire pour obtenir une figure d'interférence bien contrastée. Quelle est alors la taille maximale de la source lumineuse ? À quelle largeur correspond la première annulation du contraste? Interpréter physiquement cette valeur.